

Решение задач ЕГЭ
из содержательного раздела
«Логика и алгоритмы»
базового и повышенного
уровней сложности

БЕЛЯНЧЕВА С.Ю., СТАРШИЙ МЕТОДИСТ ЦИТ



Аристотель

384 г. до н.э. - 322 г. до н.э.

- как прийти к выводу из предпосылок и получить истинное знание

Логика - наука о формах и законах правильного мышления

интересуется не тем, О ЧЁМ мы рассуждаем, а тем, КАК мы это делаем

- формальная логика

в **любой** науке логика служит одним из основных инструментов

Алгебра логики — раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые с точки зрения их логических значений (**истинности или ложности**), и логические операции над ними.

Логическая переменная — это переменная, которая обозначает любое высказывание и может принимать логические значения «**истина**» или «**ложь**».

Логическая операция полностью может быть описана **таблицей истинности**, указывающей, какие значения принимает составное высказывание при всех возможных значениях образующих его элементарных высказываний.

В экзаменационных заданиях используются следующие соглашения.

1. Обозначения для логических связей (операций):

- a) *отрицание* (инверсия, логическое НЕ) обозначается \neg (например, $\neg A$);
- b) *конъюнкция* (логическое умножение, логическое И) обозначается \wedge (например, $A \wedge B$) либо $\&$ (например, $A \& B$);
- c) *дизъюнкция* (логическое сложение, логическое ИЛИ) обозначается \vee (например, $A \vee B$) либо $|$ (например, $A | B$);
- d) *следование* (импликация) обозначается \rightarrow (например, $A \rightarrow B$);
- e) *тождество* обозначается \equiv (например, $A \equiv B$). Выражение $A \equiv B$ истинно тогда и только тогда, когда значения A и B совпадают (либо они оба истинны, либо они оба ложны);
- f) символ 1 используется для обозначения истины (истинного высказывания); символ 0 – для обозначения лжи (ложного высказывания).

2. Два логических выражения, содержащих переменные, называются *равносильными* (эквивалентными), если значения этих выражений совпадают при любых значениях переменных. Так, выражения $A \rightarrow B$ и $(\neg A) \vee B$ равносильны, а $A \vee B$ и $A \wedge B$ неравносильны (значения выражений разные, например, при $A = 1, B = 0$).

3. Приоритеты логических операций: инверсия (отрицание), конъюнкция (логическое умножение), дизъюнкция (логическое сложение), импликация (следование), тождество. Таким образом, $\neg A \wedge B \vee C \wedge D$ означает то же, что и $((\neg A) \wedge B) \vee (C \wedge D)$.

Возможна запись $A \wedge B \wedge C$ вместо $(A \wedge B) \wedge C$. То же относится и к дизъюнкции: возможна запись $A \vee B \vee C$ вместо $(A \vee B) \vee C$.

Логические операции в языках программирования

	Python	Pascal	C++
$\neg a$	not a	not a	!a
$\neg(\dots)$	not(...)	not(...)	!(...)
$a \wedge b$	a and b	a and b	a && b
$a \vee b$	a or b	a or b	a b
$a \rightarrow b$	(a<=b)	(a<=b)	(a<=b)
$a \equiv b$	(a==b)	(a=b)	(a==b)

У математических операций приоритет выше.
Приоритет импликации ниже, чем приоритет <=

Построение таблицы истинности для логической функции

1. Анализ функции – какое действие последнее, при каких значениях логических переменных функция будет истинна и ложна.
2. Построение таблицы истинности в электронных таблицах.
3. Программный перебор.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x	y	z	w	not x	not z	not x and y	not z and w	not x and y or not z and w
2	0	0	0	0	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
3	0	0	0	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА
4	0	0	1	0	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
5	0	0	1	1	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
6	0	1	0	0	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ИСТИНА
7	0	1	0	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
8	0	1	1	0	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ИСТИНА
9	0	1	1	1	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ИСТИНА
10	1	0	0	0	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
11	1	0	0	1	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА
12	1	0	1	0					
13	1	0	1	1	x y z w				
14	1	1	0	0	0 0 0 1				
15	1	1	0	1	0 1 0 0				
16	1	1	1	0	0 1 0 1				
17	1	1	1	1	0 1 1 0				
18					0 1 1 1				
					1 0 0 1				
					1 1 0 1				
					>>>				

File	Edit	Format	Run	Options	Window	Help
<pre>print('x','y','z','w') for x in 0,1: for y in 0,1: for z in 0,1: for w in 0,1: f = not x and y or not z and w if f: print(x,y,z,w)</pre>						

Логическая функция F задаётся выражением

$$\neg z \vee (\neg x \wedge y).$$

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий все наборы аргументов, при которых функция F истинна. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z.

Перем. 1 Перем. 2 Перем. 3 Функция

???	???	???	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Анализ функции

$$\neg z \vee (\neg x \wedge y) = \neg z + (\neg x \cdot y) = 1$$

x	y	z
0	0	0
1	1	0
0	1	0
1	0	0
0	1	1

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1

Одна 1 и четыре 0 в столбце

Перем. 1 Перем. 2 Перем. 3 Функция

z	x	y	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1

z= 1 и y=1 в строке

	A	B	C	D	E	F
1						
2	$\neg z \vee (\neg x \wedge y)$					
3						
4	x	y	z	f		
5	0	0	0	$=OR(NOT(C5);AND(NOT(A5);B5))$		
6		0	0	1	ЛОЖЬ	
7		0	1	0	ИСТИНА	
8		0	1	1	ИСТИНА	
9		1	0	0	ИСТИНА	
10		1	0	1	ЛОЖЬ	
11		1	1	0	ИСТИНА	
12		1	1	1	ЛОЖЬ	

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1

	A	B	C	D	
1					
2	$\neg z \vee (\neg x \wedge y)$				
3					
4	x	y	z	f	
5		0	0	0	ИСТИНА
6		0	1	0	ИСТИНА
7		0	1	1	ИСТИНА
8		1	0	0	ИСТИНА
9		1	1	0	ИСТИНА
10					

```
=====  
File Edit Format Run Options Window Help  
x y z  
0 0 0  
0 1 0  
0 1 1  
1 0 0  
1 1 0  
>>>  
print('x','y','z')  
for x in 0,1:  
    for y in 0,1:  
        for z in 0,1:  
            f = not z or not x and y  
            if f:  
                print(x,y,z)
```

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1

(№ 2) Логическая функция F задаётся выражением $(\neg z) \wedge x \vee x \wedge y$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z.

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Функция
???	???	???	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (без разделителей).

[Спрятать ответ](#)

zyx

$$\neg z \cdot x + x \cdot y = 0$$

x	y	z
1	0	1
0	0	0
0	1	0
0	1	1
0	0	1

- x – одна 1 и четыре 0 в столбце – третий столбец
- y – три 0 и две 1 в столбце – второй столбец
- z – остался первый столбец

(№ 1618) Логическая функция F задаётся выражением $(x \rightarrow \neg z) \wedge (y \rightarrow x)$.

?	?	?	F
1	0	1	1
0	0	1	1

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z.

[Спрятать ответ](#)

yzx

$$(x \rightarrow \neg z) \cdot (y \rightarrow x) = 1$$

x	y	z	→	x	y	z
0		1		0	0	1
0		0		0	0	0
1		0		1	0	0
				1	1	0

Такой строки в
условии нет

Соответствует
первой строке
условия

Во втором столбце z.

Вторая строка условия: третий столбец (1) - это x.

Первый столбец - y

(№ 1625) (С.В. Логинова) Логическая функция F задаётся выражением $(\neg x \wedge y \equiv z) \wedge w$.

?	?	?	?	F
	0			1
			0	1
0	0			1
0	0			1

На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F, содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w.

[Спрятать ответ](#)

yzwx

```

x y z w print('x','y','z','w')
0 0 0 1 for x in 0,1:
0 1 1 1     for y in 0,1:
1 0 0 1         for z in 0,1:
1 1 0 1             for w in 1,0:
>>>                 f = ((not x and y)==z) and w
                    if f:
                        print(x,y,z,w)

```

Т.к. строки неповторяющиеся, то третья и четвертая строки условия соответствуют первой и третьей строкам полученной таблицы \Rightarrow x в 4-м столбце.

Во втором столбце условия три 0, в столбце для z – три нуля.

В первом столбце - y



Решим экзотическую 2-ю задачку с помощью Python 😊

ЕГЭ ПО ИНФОРМАТИКЕ
С ЕВГЕНИЕМ ДЖОБСОМ

Для приведенного фрагмента таблицы истинности выражения $F = (x \vee y \wedge \neg z) \wedge \neg w$ определите количество возможных последовательностей имен столбцов.

?	?	?	?	F
1	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0



ЕГЭ ПО ИНФОРМАТИКЕ
С ЕВГЕНИЕМ ДЖОБСОМ

Для решения этой задачи напишем код на Python.

Переберём все возможные варианты наборов переменных на Python, используя `permutations`. Каждый из них будем проверять на соответствие результату функции для каждого из последовательностей нулей и единиц из таблицы истинности, данной в условии:

```
from itertools import permutations

for c in permutations('xyzw'):
    for t in ('10001', '00101', '01010'):
```

В третьей строке мы описали каждую из строк таблицы истинности. Последняя цифра - результат функции (истина или ложь).



ЕГЭ ПО ИНФОРМАТИКЕ
С ЕВГЕНИЕМ ДЖОБСОМ

Далее для каждой из проверяемых строк будем генерировать словарь, в котором на переменную (ключ) приходится соответствующее значение из таблицы (0 или 1):

```
d = {c[i]: int(t[i]) for i in range(4)}
```

И теперь остается только проверить каждый полученный вариант на соответствие результату из таблицы истинности, который располагается в ячейке `t[4]`. Для этого объявим соответствующую функцию:

```
f = lambda d: (d['x'] or (d['y'] and \
(not d['z']))) and (not d['w'])
```



ЕГЭ ПО ИНФОРМАТИКЕ
С ЕВГЕНИЕМ ДЖОБСОМ

Получившийся в результате код выводит 4 комбинации, которые прошли соответствие всем строкам из ИИ:

```
f = lambda d: (d['x'] or (d['y'] and \
(not d['z']))) and (not d['w'])

from itertools import permutations

for c in permutations('xyzw'):
    for t in ('10001', '00101', '01010'):
        d = {c[i]: int(t[i]) for i in range(4)}
        if f(d) != int(t[4]):
            break
        else:
            print(*c)
```

Ответ: 4.





Информатика с Джобсом | ЕГЭ 2023

✓ Вы подписаны

Для приведенного фрагмента таблицы истинности выражения $F = (x \vee y \wedge \neg z) \wedge \neg w$ определите количество возможных последовательностей имен столбцов.

?	?	?	?	F
1	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0

```

('w', 'z', 'x', 'y')
('w', 'z', 'y', 'x')

```

>>>

2.py - C:\Users\svbel\AppData\Local\Progr

File Edit Format Run Options Window

```

from itertools import *
for c in permutations('xyzw'):
    print(c)

```

РЕСТАРТ: C:\Users\svbel\AppData\Local\Program

```

{'x': 1, 'y': 0, 'z': 0, 'w': 0}
{'x': 0, 'y': 0, 'z': 1, 'w': 0}
{'x': 0, 'y': 1, 'z': 0, 'w': 1}
{'x': 1, 'y': 0, 'w': 0, 'z': 0}
{'x': 0, 'y': 0, 'w': 1, 'z': 0}
{'x': 0, 'y': 1, 'w': 0, 'z': 1}
{'x': 1, 'z': 0, 'y': 0, 'w': 0}
{'x': 0, 'z': 0, 'y': 1, 'w': 0}

```

2.py - C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-

File Edit Format Run Options Window Help

```

from itertools import *
for c in permutations('xyzw'):
    for t in ('10001', '00101', '01010'):
        d = {c[i]: int(t[i]) for i in range(4)}
        print(d)

```

==== RESTART: C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-3

```

x z y w
x w y z
y z x w
y w x z

```

>>>

2.py - C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32\2.py (3.8.3)*

File Edit Format Run Options Window Help

```

f = lambda d: (d['x'] or (d['y'] and (not d['z']))) and (not d['w'])

```

```

from itertools import *
for c in permutations('xyzw'):
    for t in ('10001', '00101', '01010'):
        d = {c[i]: int(t[i]) for i in range(4)}
        if f(d) != int(t[4]):
            break
    else :
        print(*c)

```



Тимофей Хирьянов

15 дек 2022

...

У Евгения Джобса интересная идея решения задачи КЕГЭ-2 с таблицей истинности логической функции.

Вот моя модификация (см. рисунок).

А ещё немного код-гольфа:

```
print(*(list(p) for p in it.permutations('xyzw') if all([(lambda x,y,z,w: (x or y and not z) and not w)**dict(zip(p, r)) == r[-1] for r in [[1,0,0,0,1],[0,0,1,0,1],[0,1,0,1,0]]])))
```

```
from itertools import *
```

```
def f(x, y, z, w):  
    return (x or y and not z) and not w
```

```
table = [[1, 0, 0, 0, 1],  
          [0, 0, 1, 0, 1],  
          [0, 1, 0, 1, 0]]
```

```
for perm in permutations('xyzw'):  
    if all([f(**dict(zip(perm, row))) == row[-1]  
           for row in table]):  
        print(*perm)
```


(№ 1618) Логическая функция F задаётся выражением $(x \rightarrow \neg z) \wedge (y \rightarrow x)$.

?	?	?	F
1	0	1	1
0	0	1	1

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z.

[Спрятать ответ](#)

yzx

```
==== RESTART: C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\l
y z x
>>>
2.py - C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32\2.py (3.8.3)
File Edit Format Run Options Window Help
from itertools import *

def f(x,y,z):
    return (x <= (not z)) and (y <= x)

t = [[1,0,1], [0,0,1]]

for c in permutations('xyz'):
    if [f(**dict(zip(c,row))) for row in t] == [1,1]:
        print(*c)
,
```

(№ 6111) (А. Богданов) Логическая функция F задаётся выражением $w \vee (y \rightarrow z) \wedge x$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

?	?	?	?	F
		0	0	1
1	1			0
1			1	0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

[Спрятать ответ](#)

yxwz

```

==== RESTART: C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32\2.py
y x w z
>>>

2.py - C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32\2.py (3.8.3)
File Edit Format Run Options Window Help

from itertools import *

def f(x,y,z,w):
    return w or (y <= z) and x

for a in product([0,1], repeat=6):# 6 пустых ячеек в исходной таблице
    t = [(a[0],a[1],0,0), (1,1,a[2],a[3]), (1,a[4],a[5],1)]
    if len(t)==len(set(t)):

        for c in permutations('xyzw'):
            if [f(**dict(zip(c,row))) for row in t] == [1,0,0]:
                print(*c)

```

```
==== RESTART: C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32\2.py
```

```
y x w z
```

```
>>>
```

```
2.py - C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32\2.py (3.8.3)
```

File Edit Format Run Options Window Help

```
from itertools import *
```

```
def f(x,y,z,w):  
    return w or (y <= z) and x
```

```
for a in product([0,1], repeat=6):# 6 пустых ячеек в исходной таблице  
    t = [(a[0],a[1],0,0), (1,1,a[2],a[3]), (1,a[4],a[5],1)]  
    if len(t)==len(set(t)):
```

```
        for c in permutations('xyzw'):  
            if [f(**dict(zip(c,row))) for row in t] == [1,0,0]:  
                print(*c)
```

```
from itertools import *
```

```
def f(x,y,z,w):  
    return w or (y <= z) and x
```

```
for a1, a2, a3, a4, a5, a6 in product([0,1], repeat=6):  
    t = [(a1,a2,0,0), (1,1,a3,a4), (1,a5,a6,1)]  
    if len(t)==len(set(t)):
```

```
        for c in permutations('xyzw'):  
            if [f(**dict(zip(c,row))) for row in t] == [1,0,0]:  
                print(*c)
```

(№ 3973) (В.Н. Шубинкин) Логическая функция F задаётся выражением $(x \equiv y) \rightarrow (z \equiv w)$. Ниже приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности этой функции, содержащий неповторяющиеся строки. Сколькими способами можно поставить в соответствие переменные w, x, y, z столбцам таблицы истинности функции F , опираясь на информацию из данного фрагмента?

?	?	?	?	F
0	0	0	1	0
1	1	1	0	0

Пример. Функция F задана выражением $x \vee y \vee z$, а фрагмент таблицы истинности имеет вид:

?	?	?	F
0	1	1	1

В этом случае переменные можно расставить любым способом, значит, ответом будет число 6.

[Спрятать ответ](#)

12

```
==== RESTART: C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python
12
2.py - C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32\2.py (3.8.3)
File Edit Format Run Options Window Help
from itertools import *

def f(x,y,w,z):
    return (x==y)<=(z==w)

k = 0
t = [(0,0,0,1), (1,1,1,0)]
for c in permutations('xyzw'):
    if [f(**dict(zip(c,row))) for row in t] == [0,0]:
        k += 1
print(k)
```

(№ 3974) (В.Н. Шубинкин) Логическая функция F задаётся выражением $x \wedge (y \rightarrow z) \vee w$. Ниже приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности этой функции, содержащий неповторяющиеся строки. Сколькими способами можно поставить в соответствие переменные w, x, y, z столбцам таблицы истинности функции F , опираясь на информацию из данного фрагмента?

?	?	?	?	F
1	0		1	0
	0	1		0
	0			0

Пример. Функция F задана выражением $x \vee y \vee z$, а фрагмент таблицы истинности имеет вид:

?	?	?	F
0	1	1	1

В этом случае переменные можно

[Спрятать ответ](#)

4

```
==== RESTART: C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32
4
2.py - C:\Users\svbel\AppData\Local\Programs\Python\Python38-32\2.py (3.8.3)
File Edit Format Run Options Window Help
from itertools import *

def f(x,y,w,z):
    return (x and (y <= z)) or w

d = set() # множество для хранения уникальных ответов
for a1,a2,a3,a4,a5,a6 in product([0,1], repeat = 6):
    t = [(1,0,a1,1), (a2,0,1,a3), (a4,0,a5,a6)]
    if len(t)==len(set(t)):
        for c in permutations('xyzw'):
            if [f(**dict(zip(c,row))) for row in t] == [0,0,0]:
                d.add(c)
print(len(d))
```